LA CORDE A 13 NŒUDS

Construction de quadrilatères et de triangles dans le méso-espace[1]

Tâche

Construire différentes figures géométriques parmi les plus connues à l'aide d'une corde à 13 nœuds.

Degrés concernés

1P – 6P

Contenus et compétences mathématiques visés

Formes géométriques : connaître et utiliser des propriétés de figures géométriques.

Lien avec les moyens d'enseignement

1P	Module 5 : Des problèmes pour approcher les figures géométriques
2P – 3P – 4P	Module 6 : Des problèmes pour approcher les figures géométriques
5P	Thème 10 : Surfaces et solides
6P	Thème 8 : Surfaces et solides

Source

Activité La corde à 12 nœuds du thème 8 des moyens d'enseignement 6P (Livre du maître p. 206, livre de l'élève p. 84)

Question

A l'aide de la corde à 13 nœuds, quels sont les quadrilatères et les triangles que l'on peut réaliser ?

1 En géométrie, on distingue plusieurs espaces différents : le micro-, le méso- et le macro-espace. Le micro-espace est l'espace de la feuille de papier, de la table, des manipulations des petits objets ; le méso-espace est l'espace qui se restreint aux domaines de la vue, à la cour de l'école, aux bâtiments proches, à la salle de classe ; le macro-espace est aux dimensions de la ville, des trajets pour aller de l'école à la maison.

Proposition de déroulement

Nombre d'élèves : classe entière

Matériel

Lors de la visite du jardin botanique

Corde à noeuds*
Corde sans noeuds
De quoi prendre des notes

* Dans le cadre de l'exposition « Jardin de Maths », une corde à 13 noeuds est mise à la disposition des visiteurs.
Afin que plusieurs groupes d'élèves puissent travailler simultanément, il est cependant recommandé de fabriquer ou de faire fabriquer par les élèves une/des corde(s) à nœuds. Pour chaque corde à nœuds, il faut une corde non élastique d'une quinzaine de mètres et des noeuds disposés régulièrement tous les mètres.

En classe, après la visite

- Jeu des 80 bandes (matériel maître 3P à 6P)
- Bandes de différentes longueurs avec des trous régulièrement espacés et attaches parisiennes ou
  Pièces de jeux de construction de type « Meccano » ou « Baufix ».

Mise en œuvre

Dans l'exposition « Jardin de Maths », une corde à noeuds est à disposition du public. Ce dispositif permet d'illustrer l'utilisation du théorème de Pythagore[2] pour construire sur le terrain un angle droit ou de vérifier « en grandeur nature » l'orthogonalité de deux droites. Il va de soi, qu'il n'est pas question de démontrer ni même de présenter le théorème de Pythagore aux élèves des classes de l'école primaire.

Lors de la visite au jardin botanique

- L'enseignant/e présente la corde à 13 nœuds.
- Il/elle désigne quatre élèves, demande à l'un d'eux de saisir le premier et le dernier nœuds et propose aux trois autres élèves de prendre un des autres nœuds libres de manière à former, lorsque la corde est tendue, une figure à 4 côtés (ou un quadrilatère).
- L'enseignant/e demande aux élèves le nom de la figure géométrique ainsi formée.
- Si les élèves ne sont pas d'accord entre eux, ils en débattent.

---

2 « *Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés du triangle* ». En fait, on utilise ici la réciproque du théorème : comme les longueurs des côtés du triangle sont respectivement 3, 4 et 5 et que $3^2 + 4^2 = 5^2$ alors le triangle est un triangle rectangle.

- S'il n'y a pas d'avis divergents, l'enseignant/e peut demander aux élèves de construire une figure donnée, par exemple un carré. La question qui se pose est de savoir si la figure construite est bien un carré. L'enseignant/e peut induire cette question en demandant à deux élèves placés de part et d'autre d'une diagonale de se reculer (les autres s'avancent naturellement) ; est-ce toujours un carré, à quel moment c'est un carré, à quel moment ça ne l'est plus ? ...

- Si plusieurs cordes sont à disposition, un travail par groupes peut être mené. La question la plus large étant de savoir quelles sont les différentes figures géométriques qu'il est possible de construire avec la corde à nœuds.

- On peut varier le nombre d'élèves par groupe et donc le nombre de sommets. Dans les petits degrés, on se contentera de la reconnaissance globale de figures géométriques :
  - quand il y a 3 élèves, c'est un triangle, il y a 3 côtés, 3 sommets, on ne peut pas le déformer, ... ;
  - avec 4 élèves, on peut faire un carré, un rectangle. On peut faire une figure avec un des sommets qui rentre à l'intérieur, on peut faire des figures avec beaucoup de place à l'intérieur, d'autres ou l'on n'a presque plus de place à l'intérieur, ...
  - avec 5 élèves ...

  Les premières propriétés sont évoquées (côtés de même longueur, angles droits, aire, ...).

- Les questions posées, les remarques et les observations faites, les propriétés géométriques évoquées sont notées de manière à pouvoir y revenir de retour en classe.

<u>En classe, après la visite au jardin botanique</u>

- Rappel de l'activité réalisée au jardin botanique et lecture des questions posées, des remarques et observations qui ont été faites.

- A moins que tous les problèmes aient été réglés sur place, il est nécessaire de reprendre les questions laissées en suspens. Le passage au micro-espace s'avère alors nécessaire : la recherche de solutions passe par des croquis, des dessins, qui permettront de proposer des conjectures et de vérifier des propriétés « nouvelles » pouvant être utilisées ensuite dans le méso-espace.

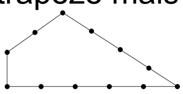
- Des problèmes tirés des moyens d'enseignement permettent de reprendre quelques-unes de ces questions :
  - 1P : <u>Un carré de génie</u> (LM p. 283)
  - 2P : <u>Quatre triangles</u> (LM p. 338), <u>Constellation</u> (LM p. 341)
  - 3P : <u>Carrés dans tous les sens</u> (LM p. 223), <u>Nuage de point</u>s (LM p. 228)
  - 4P : <u>C'est le sommet</u> (LM p. 243), <u>Dans un nuage</u> (LM p. 245)
  - 5P : <u>Quadrilatères articulés</u> (LM p. 184, LE p. 95)
  - 6P : <u>La corde à 12 noeuds</u> (LM p. 206, LE p. 84), <u>Les quadrilatères articulés</u> (LM p. LE p. 87).

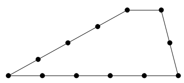
Mise en commun : que retirer de l'activité ?

La mise en commun portera sur le nom des différentes formes géométriques construites et sur les propriétés géométriques qui permettent de les distinguer.

Le fait de les construire dans le méso-espace fait apparaître la nécessité de prendre en compte d'autres propriétés : la précision des angles droits ne pouvant pas être vérifiée à l'aide d'une équerre, il faut utiliser l'isométrie des deux diagonales pour reconnaître un carré ou un rectangle. Il est par contre beaucoup plus difficile de déterminer, dans le méso-espace, si un quadrilatère non rectangle est un trapèze ou non, c'est-à-dire de vérifier le parallélisme de deux côtés ; on peut toutefois vérifier si la distance entre les deux côtés est constante ou inscrire la forme dans un parallélogramme.

La mise en commun peut également porter sur les notations utilisées. Si certains élèves passent par le croquis, d'autres numérotent les noeuds, d'autres encore la longueur des côtés. Il sera intéressant de comparer ces notations et de repérer les formes semblables.
Avec une même notation, il est aussi intéressant de repérer les doublons. Par exemple, si on désigne un quadrilatère par la longueur de ses côtés, 1+2+4+5, 2+4+5+1, 4+5+1+2, 5+1+2+4, 1+5+4+2, 2+1+5+4, 4+2+1+5 et 5+4+2+1 représentent tous la même forme, mais 1+2+5+4 est un forme différente. Celui-ci peut être un trapèze mais pas celui-là.

1+2+4+5 : 

1+2+5+4 : 

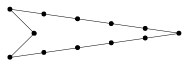
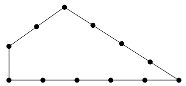
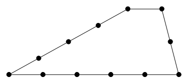
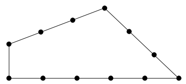
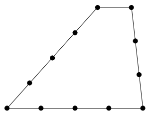
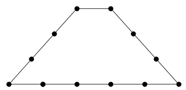
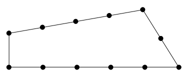
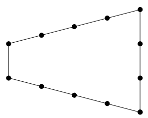
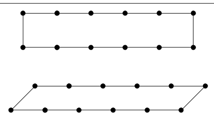
Il peut être intéressant de constater qu'avec la notation ci-dessus, on reconnaît :

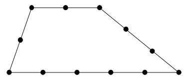
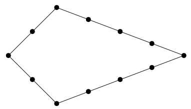
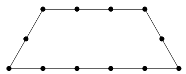
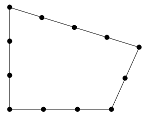
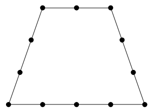
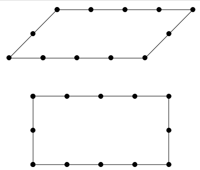
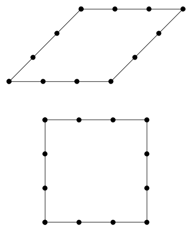
- le carré/losange par la répétition de 4 nombres identiques (3+3+3+3)
- les rectangles/parallélogrammes par la répétition d'une paire de nombres (1+5+1+5 et 2+4+2+4)
- les cerfs-volants par deux paires de nombres identiques (1+1+5+5 et 2+2+4+4)
- les trapèze isocèles par un même nombre à deux places non consécutives (1+3+5+3 ou 2+3+2+5)
- ...

Les essais de construction de triangles génèrent des triangles « aplatis » qui n'en sont pas car ils ne respectent pas l'inégalité triangulaire. (Dans tout triangle, la somme des longueurs de deux côtés est plus grande que la longueur du troisième.) Dans le cas des quadrilatères, proposer au hasard quatre longueurs dont la somme est égale à 12 ne permet pas forcément de construire un quadrilatère. Par exemple, 1+2+7+2 n'est pas un quadrilatère car une longueur est supérieure à la somme des trois autres longueurs (7>1+2+2).

Avec les élèves des grands degrés, on peut tenter de dresser la liste exhaustive des différents quadrilatères et triangles. Le commentaire de l'activité La corde à 12 noeuds (6P, LM p. 206) détaille les différents triangles. Le tableau des deux pages suivantes répertorie tous les quadrilatères ; étant donné que, contrairement aux triangles, les quadrilatères sont déformables, les croix indiquent les quadrilatères qu'il est possible de construire à coup sûr (××) ou potentiellement (×).

Liste des quadrilatères que l'on peut réaliser avec la corde à nœuds

Longueur des côtés	Nœuds sommets	Exemple	Carré	Losange	Rectangle	Parallélo-gramme	Trapèze isocèle	Trapèze	Cerf-volant	Fer-de-lance
1+1+5+5	1-2-3-8-13								×	×
1+2+4+5	1-2-4-8-13									
1+2+5+4	1-2-4-9-13							×		
1+3+3+5	1-2-5-8-13									
1+3+4+4	1-2-5-9-13							×		
1+3+5+3	1-2-5-10-13						×	×		
1+4+2+5	1-2-6-8-13									
1+4+3+4	1-2-6-9-13						×	×		
1+5+1+5	1-2-7-8-13				×	××	×	××		

Longueur des côtés	Nœuds sommets	Exemple	Carré	Losange	Rectangle	Parallélo-gramme	Trapèze isocèle	Trapèze	Cerf-volant	Fer-de-lance
2+2+3+5	1-3-5-8-13							×		
2+2+4+4	1-3-5-9-13								×	×
2+3+2+5	1-3-6-8-13						×	×		
2+3+3+4	1-3-6-9-13									
2+3+4+3	1-3-6-10-13						×	×		
2+4+2+4	1-3-7-9-13				×	××	×	××		
3+3+3+3	1-4-7-10-13		×	××	×	××	×	××	××	