

MULTIPLICATION DES GRAINES

Tâche

Rechercher le nombre de tournesols après plusieurs générations.

Degrés concernés :

5P – 6P

Contenus et compétences mathématiques visés

Opérations : traduire des situations multiplicatives à l'aide de puissances

Nombres : lire des grands nombres

Lien avec les moyens d'enseignement

5P Thème 12 : Puissances

6P Thème 2 : Nombre naturels et opérations

Question :

- Si l'on plante une graine de tournesol,
- que l'on récolte et plante toutes les graines du tournesol qui aura poussé,
- que l'on récolte et plante à nouveau toutes les graines des tournesols qui auront poussés,
- que l'on récolte et plante encore toutes les graines des tournesols qui auront poussés,
- et ainsi de suite...

Combien y aura-t-il de graines de tournesol après plusieurs générations ?

Proposition de déroulement

Nombre d'élèves : classe entière

Matériel

Lors de la visite du jardin botanique

- De quoi prendre des notes

En classe, après la visite

- Image de tournesol permettant de déterminer le nombre de graines (voir annexe)
- Calculatrices

Mise en œuvre

Lors de la visite du jardin botanique

- Faire observer l'allée de tournesols.
- Discuter de l'utilité de planter des tournesols dans un jardin, dans un champ.
- Expliquer le lien entre les fleurs observées¹ et les graines que les enfants grignotent (les « pipaces »).
- Dresser une liste de questions mathématiques que l'on peut se poser en lien avec les tournesols.
- Poser la question :
 - Si l'on plante une graine de tournesol,
 - que l'on récolte et plante toutes les graines du tournesol qui aura poussé,
 - que l'on récolte et plante à nouveau toutes les graines des tournesols qui auront poussés,
 - que l'on récolte et plante encore toutes les graines des tournesols qui auront poussés,
 - et ainsi de suite...

Combien y aura-t-il de graines de tournesol après plusieurs générations ?

- Faire une estimation du nombre de graines d'un tournesol
- Laisser les élèves faire quelques propositions de réponses et les noter.

¹ Les tournesols de l'exposition « Jardin de Maths » sont des tournesols horticoles et non agricoles. Ils ont été plantés pour leur effet décoratif et non pour la production de graines.

En classe, après la visite

- Rappel des questions mathématiques posées par les élèves lors de la visite au jardin botanique et la question :
 - Si l'on plante une graine de tournesol,
 - que l'on récolte et plante toutes les graines du tournesol qui aura poussé,
 - que l'on récolte et plante à nouveau toutes les graines des tournesols qui auront poussés,
 - que l'on récolte et plante encore toutes les graines des tournesols qui auront poussés,
 - et ainsi de suite ...

Combien y aura-t-il de graines de tournesol après plusieurs générations ?

- Les élèves résolvent individuellement ou par groupes de 2 le problème.
- Aux élèves qui demandent combien il y a de graines dans un tournesol, l'enseignant/e donne l'image du coeur d'un tournesol.
- Aux élèves qui rencontrent des difficultés de représentation, l'enseignant demande combien il y a de graines lors de la deuxième génération, de la troisième génération, ...
- Mise en commun des démarches utilisées, des difficultés rencontrées, des notations employées ...

Mise en commun : que retirer de l'activité ?

La mise en commun peut porter sur :

- les démarches de résolution,
- l'écriture des nombres à l'aide de puissances,
- la lecture de grands nombres,
- l'ordre de grandeur des nombres en jeu,
- l'observation de la croissance exponentielle,
- ...

Prolongements

Dans un champ cultivé, la densité des tournesols est de 40'000 à 60'000 plantes par hectare, on compte donc 4 à 6 plantes au mètre carré (1 Ha \equiv 10'000 m²).

On peut donc calculer la superficie du champ nécessaire pour planter toutes les graines après 1, 2, 3, ... générations.

On peut également comparer ces superficies à celle de pays connus

http://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_des_pays_par_superficie

Lors de la mise en commun, on fera référence à la conversion des unités.

On trouve dans les moyens d'enseignement des activités qui reprennent la même problématique et permettent d'observer des croissances exponentielles :
5P Exercice 15. (LM p. 221, LE p. 117), Exercice 17. (LM p. 221, LE p. 117)
6P Le plus grand produit (LM p. 65, LE p. 18)

On peut également proposer le problème suivant :

LES GRAINS DE BLE

Une légende raconte que l'inventeur du jeu d'échecs demanda comme récompense au Roi de Perse autant de blé qu'il s'en trouverait sur l'échiquier, après avoir placé un grain sur la première case, deux grains sur la deuxième, et ainsi de suite, en doublant chaque fois le nombre de grains.

Penses-tu que cette demande était raisonnable et dis pourquoi.

Une solution

- Si un tournesol produit 1500 graines², que chacune de ces graines est plantée, germe, pousse et donne un tournesol avec 1500 graines, que chacune de ces graines est à nouveau plantée, germe, pousse et donne un tournesol avec 1500 graines, et ainsi de suite ...

Combien y aura-t-il de graines de tournesol après 5 générations ?

- Dans des conditions idéales, une graine de tournesol que l'on plante, qui germe, et pousse, donne un tournesol avec 1500 graines. Après 1 génération, on obtient 1500 graines.

Si chacune de ces graines est à son tour plantée et donne un tournesol avec 1500 graines, on obtient 1500×1500 graines après 2 générations, soit 2'250'000 graines.

Si chacune de ces 2'250'000 graines est plantée et donne à nouveau un tournesol avec 1500 graines, on obtient après 3 générations $1500 \times 1500 \times 1500$ (on note en raccourci "1500³" et on dit "1500 à la puissance 3") soit 3'375'000'000 de graines.

Après 4 générations, on obtient $1500 \times 1500 \times 1500 \times 1500$ (= 1500⁴) soit 5'062'500'000'000 de graines et, après 5 générations, on obtient $1500 \times 1500 \times 1500 \times 1500 \times 1500$ (= 1500⁵) soit 7'593'750'000'000'000³ de graines, ... ce qui équivaut à 14 fois la production mondiale de graines de tournesol ou,

... de quoi recouvrir 10 fois l'ensemble des terres émergées de notre planète.

Cette augmentation est appelée croissance exponentielle. Elle est d'autant plus rapide que le facteur de croissance est grand (ici, il est de 150'000 %).

2 Sur l'image du coeur de tournesol en annexe, on dénombre environ 1200 graines. Selon la variété et les conditions météorologiques, on peut compter jusqu'à 1800 graines par fleur !
3 Sept-billards-cinq-cent-nonante-trois-billions-sept-cent-cinquante-milliards

Dans la réalité, en fonction des conditions météorologiques, des oiseaux, limaces, insectes, maladies et autres parasites, le facteur de croissance est de 120'000 % (on n'obtient que $1'200^4$ graines en moyenne à partir d'une seule graine de tournesol) ce qui laisse tout de même une bonne marge pour la consommation.

Pour en savoir davantage sur la croissance exponentielle :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Croissance_exponentielle



4 $1200^1 = 1'200$
 $1200^2 = 1'440'000$
 $1200^3 = 1'728'000'000$
 $1200^4 = 2'073'600'000'000,$
 $1200^5 = 2'488'320'000'000'000$