

SUDOKU VEGETAL

Tâche

Disposer des motifs et des couleurs dans un quadrillage en respectant certaines règles.

Degrés concernés

Tous degrés

Contenus et compétences mathématiques visés

Prendre en compte la consigne
Ajuster des essais successifs
Procéder par déduction et anticipation
S'assurer de la validité des solutions

Repérage dans le plan : situer des positions relatives d'objets (entre, à gauche de aligné avec, ...)

Lien avec les moyens d'enseignement

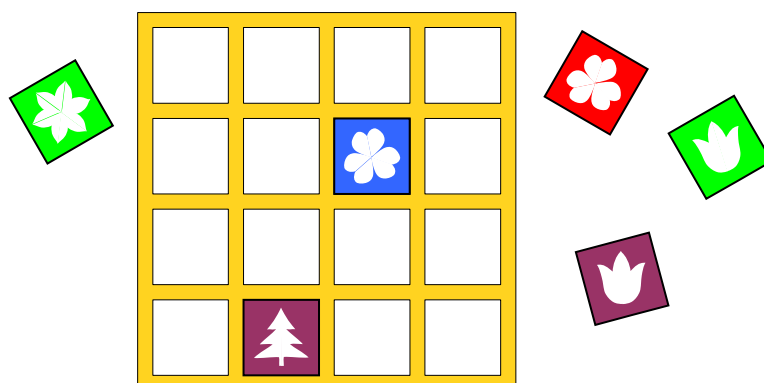
1E – 2E Domaine Raisonnement
Domaine Repérage dans l'espace et dans le plan
1P – 4P Module 1 : des problèmes pour apprendre à conduire un raisonnement (Champ A)
5P – 6P Document « 80 énigmes pour la division moyenne »

Règle

Il s'agit de remplir la grille en utilisant les 4 symboles végétaux : *sapin*, *tulipe*, *marguerite*, *trèfle*.

Chaque symbole apparaît une seule fois par ligne, par colonne et par carré.

Le même exercice peut être pratiqué avec les couleurs, ainsi qu'en combinant les deux...



Proposition de déroulement

Nombre d'élèves : classe entière

Matériel :

Lors de la visite au jardin botanique

- Les pièces du sudoku « végétal » sont à disposition au jardin botanique
- De quoi prendre des notes

En classe, après la visite

- Pièces et grilles de sudoku « végétal » en annexe

Mise en œuvre

Lors de la visite du jardin botanique

- Par groupes ou collectivement, les élèves essaient de disposer les pièces du sudoku¹ « végétal » en respectant les règles données.
- En fonction du degré, l'enseignant-e donne une règle plus ou moins simple, quitte à la complexifier par la suite :
 - chaque symbole apparait une seule fois par ligne et par colonne (règle du carré latin¹)
 - chaque couleur apparait une seule fois par ligne, par colonne (carré latin)
 - chaque symbole et chaque couleur apparait une seule fois par ligne et par colonne (règle du carré gréco-latin¹)
 - chaque symbole (ou chaque couleur) apparait une seule fois par ligne, par colonne et par carré (4 carrés 2×2) (règle du sudoku¹)
 - chaque symbole et chaque couleur apparait une seule fois par ligne, par colonne et par carré (les 4 carrés 2×2 du sudoku) (règle du sudoku gréco-latin (?)¹)
 - chaque symbole et chaque couleur apparait une seule fois par ligne, par colonne et par carré (les 4 carrés du sudoku et le carré central 2×2)
- Il est possible de quitter le jardin botanique même si aucune solution n'a été trouvée.

En classe, à la suite de la visite au jardin botanique

- Reprise de l'activité de manière individuelle en classe avec le matériel proposé en annexe
- Validation des solutions par les élèves
- Conservation et comparaison des solutions validées
- Recherche de toutes les solutions pour une règle donnée

¹ Les définitions de sudoku, carré latin, carré gréco-latin et sudoku gréco-latin sont données un peu plus loin.

Démarches possibles

- placer toutes les pièces au hasard et vérifier si les règles sont respectées
- placer toutes les pièces puis effectuer des échanges si 2 symboles (ou 2 couleurs) se trouvent sur la même ligne (ou colonne, ou carré)
- placer les autres les unes après les autres de telle manière que les règles soient toujours respectées
- tenir compte uniquement des couleurs dans un premier temps puis échanger les symboles de même couleur pour respecter l'unicité des symboles par ligne, colonne, carré.
- ...

Mise en commun

Les élèves comparent leurs solutions et débattent de leur validité.

Quelques définitions

Un **carré latin** est un tableau carré de n lignes et n colonnes remplies de n symboles distincts dont chaque ligne et chaque colonne ne contient qu'un seul exemplaire. La plupart du temps, les n symboles utilisés sont les nombres entiers compris entre 0 et $n-1$.

Voici un exemple de carré latin :

0	1	2	3
1	2	3	0
2	3	0	1
3	0	1	2

Le **sudoku** est un jeu dont les règles s'inspirent du carré latin.

Le but du jeu est de compléter un tableau carré de n^2 lignes et n^2 colonnes avec une série de n symboles (chiffres, lettres, ...) différents de manière à ce que chaque chiffre apparaisse une seule fois dans chaque ligne, chaque colonne et chaque sous-tableau (carré de $n \times n$).

La plupart du temps, les symboles sont des chiffres allant de 1 à 9, le tableau est un carré de 9×9 et les sous-tableaux, des carrés de 3×3 .

Quelques symboles sont déjà disposés dans la grille, ce qui autorise une résolution progressive du problème complet.

Un **carré gréco-latin** est un tableau carré de n lignes et n colonnes dont chaque case contient une paire de symboles provenant de deux séries de symboles tous distincts. Chaque symbole de la 1^{re} série apparaît dans chaque ligne et chaque colonne, chaque symbole 2^e série apparaît dans chaque ligne et chaque colonne et les n^2 paires de symboles sont toutes distinctes.

Il s'agit de la superposition de deux *carrés latins orthogonaux*. Si les deux carrés latins n'étaient pas orthogonaux, alors une paire pourrait apparaître plus d'une fois.

Le nom "gréco-latin" vient du fait que l'on utilisait souvent une paire composée de lettres provenant de l'alphabet grec et latin.

α A	β D	γ B	δ E	ε C
β B	γ E	δ C	ε A	α D
γ C	δ A	ε D	α B	β A
δ D	ε B	α E	β C	γ A
ε E	β C	β A	γ D	δ B

Carré gréco-latin d'ordre 5

Un « **sudoku gréco-latin** » est un jeu qui, comme le sudoku, se pratique sur un tableau carré de n^2 lignes et n^2 colonnes.

Le but du jeu est de remplir ce tableau avec deux séries différentes de n symboles tous différents de manière à ce que :

- chaque case contienne deux symboles, l'un de la 1^{re} série et l'un de la 2^e série
- les n^2 paires de symboles soient toutes différentes
- chaque symbole de la 1^{re} série apparaisse une seule fois dans chaque ligne, chaque colonne et chaque sous-tableau
- chaque symbole de la 2^e série apparaisse une seule fois dans chaque ligne, chaque colonne et chaque sous-tableau

Pour aller un peu plus loin

Problème des 36 officiers : un carré gréco-latin d'ordre 6 est impossible à résoudre

En 1782, le mathématicien suisse Leonard Euler imagine le problème mathématique suivant. On considère six régiments différents, chaque régiment possède six officiers de grades distincts. On se demande maintenant comment placer les 36 officiers dans une grille de 6×6, à raison d'un officier par case, de telle manière que sur chaque ligne et chaque colonne contiennent tous les grades et tous les régiments.

Il s'agit d'un carré gréco-latin d'ordre 6 (un carré latin pour les régiments, un carré latin pour les grades), problème dont la résolution est impossible. Euler l'avait déjà pressenti à l'époque, sans toutefois donner une démonstration formelle à sa conjecture. Il dira :

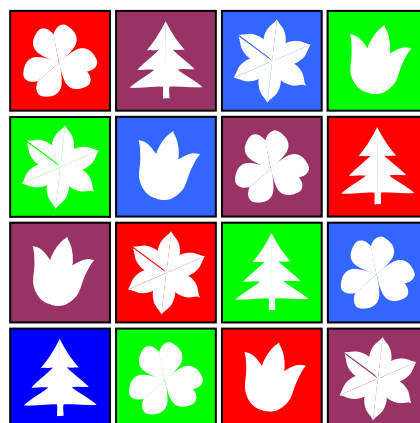
Or, après toutes les peines qu'on s'est données pour résoudre ce problème, on a été obligé de reconnaître qu'un tel arrangement est absolument impossible, quoiqu'on ne puisse pas en donner de démonstration rigoureuse.

En 1901, le français Gaston Tarry démontre formellement l'impossibilité du résultat grâce à une recherche exhaustive des cas et par croisement des résultats.

Extension à d'autres ordres

En 1958, Bose, Parket et Shrikhande ont démontré l'existence de carrés gréco-latins pour tous les ordres, sauf pour l'ordre 2 et l'ordre 6 (la démonstration de ce dernier ayant déjà été faite par Tarry).

Une solution pour le Sudoku « végétal » du Jardin de Maths :



Annexe : voir pages suivantes

